



TITLE:

# On Tight 4-Designs (SEMINAR ON PERMUTATION GROUPS AND RELATED TOPICS)

AUTHOR(S):

野田, 隆三郎

---

CITATION:

野田, 隆三郎. On Tight 4-Designs (SEMINAR ON PERMUTATION GROUPS AND RELATED TOPICS). 数理解析研究所講究録 1978, 325: 122-123

ISSUE DATE:

1978-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/104071>

RIGHT:

# Tight $t$ -design について

阪大 数理学部 野田隆三郎

$v \geq k + \lambda$  とみたす  $2t$ -( $v, k, \lambda$ ) design において

$$b \geq \binom{v}{\lambda} \quad (\text{Generalized Fisher's inequality [2]})$$

が成り立つが特に等号の成り立つものは tight  $2t$ -design といふ。 $v = k + \lambda$  であるような  $2t$ -design は必然的に tight となるがこれを自明な tight  $2t$ -design といふ。 $\lambda \geq 3$  の時には自明でない  $2t$ -design は一つも知られていない。 $\lambda = 2$  の時、つまり tight  $t$ -design と (これはただ一つ、 $t$ -( $2t, t, 1$ ) design (とその補 design) が存在も知られている。

tight  $t$ -design が成り立つかという問題は面白い問題であるがこれに関して最近 伊藤昇, 榎本参衛両氏と筆者の三人の協力により次の結果を得た。

定理.  $t$ -( $v, k, \lambda$ ) ( $v \geq 2k$ ) は自明でない tight

design とすると次のいずれかがなりたつ.

(1)  $v=23, k=7, \lambda=1$

(2) ある整数  $C$  があって

$$v = C^2 + 1$$

$$k = \frac{1}{2} \left\{ C^2 + 1 - (\sqrt{3C^2 - 2} - C) \sqrt{\frac{C\sqrt{3C^2 - 2} + 3}{2}} \right\}$$

$$\lambda = \binom{v}{2} \times \frac{\binom{k}{4}}{\binom{v}{4}}$$

と表わされる.

なお(2)における  $k$  を整数にするような  $C$  は存在したとしても高々有限個であることが知られているので tight 4-design の parameter の可能性は有限個しかない. 定理の証明については文献[1] 及びそれに先行する伊藤氏の論文を参照されたい.

### 参 考 文 献

- [1] H. Enomoto, N. Ito and R. Noda : Tight 4-designs, Osaka Jour. Math. に投稿中.
- [2] Ray Chaudhuri and R.M. Wilson : On t-designs, Osaka Jour. Math Vol 12, No. 3 1975.